

Ergänzung zu dem Aufsätze „Ueber die Formen der Curven dritter Ordnung.“

Bd. 75 pag. 153.

(Von Herrn *H. Durège* in Prag.)

Bei der Aufzählung der möglichen Gestalten, welche die allgemeinen Curven dritter Ordnung annehmen können, findet sich pag. 158 eine Lücke, indem eine Curvenform und die dazu gehörige Uebergangsform fehlt. Diese Lücke ist dadurch entstanden, dass ich voraussetzte, es könne niemals ein Curventheil ganz frei von Asymptoten sein, sondern es müsse ein einen Theil einer Curve dritter Ordnung bildendes Oval immer imaginäre Asymptoten haben; was in der That nicht richtig ist. In dem so eben ausgegebenen ersten Hefte des sechsten Bandes der „mathematischen Annalen“ hat Herr *Schröter* eine Curve dritter Ordnung besprochen und auf pag. 102 abgebildet, welche drei reelle Asymptoten und ausserdem ein Oval besitzt. Hier tritt wirklich der Fall ein, dass ein Oval *gar keine*, auch keine imaginären Asymptoten hat. Das würde natürlich unmöglich sein, wenn das Oval für sich allein eine vollständige Curve bildete. Es geht also hervor, dass in Bezug auf das Vorhandensein imaginärer Asymptoten die Curven nur im Ganzen betrachtet werden dürfen.

Man hat demnach bei denjenigen Curven dritter Ordnung, welche aus zwei abgesonderten Theilen bestehen, zwei Fälle zu unterscheiden: entweder schliesst der eine Theil sich der einen, der andere den beiden anderen Asymptoten an, oder alle drei Asymptoten gehören zu demselben Theile. Der für den ersten Fall im Texte gegebene Beweis, dass eine aus zwei Theilen bestehende Curve dritter Ordnung der ersten Gattung angehören muss, behält dann auch für den zweiten Fall seine Gültigkeit und zeigt, dass der den Asymptoten angehörende Theil derjenige ist, von dessen Punkten lauter reelle Tangenten ausgehen, und der mit *U* bezeichnet wurde. Dieser zweite Fall bietet aber nur dann eine besondere Curvenform dar, wenn keine imaginären Asymptoten vorhanden sind.

Hienach sind den pag. 158 angegebenen, die erste Gattung bildenden Curvenformen noch die folgenden zwei hinzuzufügen:

8 *

Drei gerade Asymptoten. Der Theil U besteht aus drei ins Unendliche gehenden Stücken; je zwei nicht demselben Stücke angehörende Aeste schliessen sich der nämlichen Asymptote an. S bildet ein Oval.

Eine gerade und eine parabolische Asymptote. (Uebereingangsfall.) Der Theil U besteht aus zwei ins Unendliche gehenden Stücken; der eine Ast jedes Stückes schliesst sich der geraden, der andere der parabolischen Asymptote an. S bildet ein Oval.

Ich ergreife diese Gelegenheit, um hier zu erwähnen, was mir bei Abfassung des Aufsatzes unbekannt war, dass die Trennung der allgemeinen Curven dritter Ordnung in die beiden sowohl durch ihre Form, als auch durch ihre Tangenteneigenschaften sich unterscheidenden Gattungen schon früher von Herrn *Cremona* aufgestellt wurde in der Abhandlung: *Considerazioni sulle curve piane del terz' ordine* (Battaglini. *Giornale di matematiche*. Tom. II. pag. 78). In dieser Abhandlung ist unter Anderem auch gezeigt, dass die beiden erwähnten Curvengattungen analytisch durch das Vorzeichen der Discriminante R charakterisirt werden.

Prag, 13. Januar 1873.